



**APLICACIÓN DE LA TRANSFORMADA WAVELET  
COMO TÉCNICA DE COMPRESIÓN DE AUDIO**

**APPLICATION OF THE WAVELET TRANSFORM  
AS AN AUDIO COMPRESSION TECHNIQUE**

## APLICACIÓN DE LA TRANSFORMADA WAVELET COMO TÉCNICA DE COMPRESIÓN DE AUDIO

### *APPLICATION OF THE WAVELET TRANSFORM AS AN AUDIO COMPRESSION TECHNIQUE*

Sani Domínguez Jenny Edith<sup>1</sup>, Tustón Torres Irene<sup>2</sup>, Fiallos Velasco Cristian Guillermo<sup>3</sup>.

<sup>1</sup>IST Carlos Cisneros, Ecuador, Ecuador, jesad16@hotmail.com

<sup>2</sup> IST Carlos Cisneros, Ecuador, Ecuador, ire\_nett@hotmail.com

<sup>2</sup> IST Carlos Cisneros, Ecuador, Ecuador, crisfibmw@hotmail.com

#### RESUMEN

La presente investigación tiene como objetivo evidenciar la aplicación de la transformada wavelet como una técnica de compresión de audio. A través de la aplicación del método cuantitativo se revisa la información bibliográfica referente al uso de las transformadas en el procesamiento y análisis de señales. Con el uso de MATLAB se visualiza el comportamiento de la señal al aplicar los algoritmos de compresión a una muestra de audio, mediante el análisis de los diferentes comportamientos de la señal se presenta tanto el espectro de frecuencias temporales de audio, así como las señales de voz en donde se determina las características de la señal al aplicar la transformada directa de coseno, transformada inversa de coseno y la transformada wavelet.

**Palabras clave:** transformada wavelet, transformada de coseno, compresión de audio, análisis frecuencial, algoritmos de compresión.

#### ABSTRACT

*The present research aims to demonstrate the application of the wavelet transform as an audio compression technique. Through the application of the synthetic analytical method, the bibliographic information regarding the use of transforms in signal processing and analysis is reviewed. With the use of MATLAB they allow to visualize the errors when applying the compression algorithms to an audio sample. By analyzing different signal behaviors, both the temporal frequency spectrum of the audio, as well as the voice signals, are displayed.*

**Keywords:** wavelet transform, cosine transform, audio compression, frequency analysis, compression algorithms.

DCT (Discrete cosine transform); DWT (Discrete wavelet transform)

## 1. INTRODUCCIÓN

La aparición de nuevas aplicaciones digitales de audio ha hecho que cada vez sea necesario, aplicar nuevas técnicas para poder enviar la información tanto en redes de área local, inalámbricas como en internet. Las principales limitaciones a tomar en cuenta serían el ancho de banda además de la capacidad de almacenamiento limitada. Ante estas limitantes surge la necesidad de comprimir la información, cuya función es reducir al mínimo el número de bits necesarios para mantener una calidad aceptable de la señal original.

Los estándares actuales de compresión de audio están basados en la transformada discreta de coseno y la transformada wavelet. [1][2]

La compresión de señales de audio reduce la información de datos para almacenar y/o transmitir una señal de audio. La reducción de memoria es realizada, reduciendo información redundante e irrelevante contenida en la señal para lo cual se puede utilizar un esquema de codificación eficiente y de baja complejidad basado en la transformada de coseno discreta (DCT). [3]

La transformada wavelet es utilizada para la codificación de voz en tiempo real, además en los sistemas eléctricos de potencia. [4] [5] Adicional a las aplicaciones de voz y audio la transformada wavelet es muy utilizada para la compresión de imágenes. [6] Un estudio reciente muestra la utilización de la transformada de paquetes wavelet para la tele operación. [7] [8]

Para determinar que algoritmo es la más eficaz en términos de una representación comprimida de la señal de audio se realizó un estudio comparativo de la compresión de audio utilizando varias técnicas de como la Transformada de Coseno Discreta, la Transformada de Onda, la Transformación de Paquete de Onda (W.P.T) y la Transformación de Paquete de Coseno obteniendo un análisis de la relación de compresión para cada una de las técnicas basado en las medidas de rendimiento como: la relación señal / ruido (SNR), el error cuadrático medio normalizado (NRMSE), la energía de señal retenida (RSE). [9]

## 2. METODOLOGÍA Y MATERIALES

Se aplica el método cuantitativo ya que mediante varias estrategias se procesa información que permitirá obtener datos numéricos para el análisis de los principales algoritmos de compresión con sus respectivas características. Se utiliza como medio de verificación y prueba la simulación mediante el software MATLAB aplicando a una señal de audio las técnicas de la transformada de coseno y la transformada wavelet para visualizar los parámetros y errores de la señal.

### A. Algoritmos de compresión mediante transformadas

En el procesamiento de señales se pueden encontrar diferentes tipos de señales estacionarias y no estacionarias. Las primeras son localizadas en el tiempo ya que su frecuencia no varía, en este tipo de ondas se puede recurrir a la Transformada de Fourier (FT). En el caso de señales con comportamiento no-estacionario, es decir, cuya frecuencia varía en el tiempo, al aplicar la transformada de Fourier resulta imposible realizar el cambio al dominio del tiempo porque no permite determinar en qué momento se presenta un cambio en la frecuencia.

En este sentido han surgido conceptos como son la Transformada Corta de Fourier (STFT), la Transformada de Coseno discreta (DCT) y la Transformada Wavelet (WT) que permiten un análisis en tiempo-frecuencia.

#### 1) Transformada Discreta de coseno - DCT

La Transformada discreta de coseno, transforma los datos en dominio de la frecuencia, de modo que pueden ser representados por un conjunto de coeficientes. El beneficio de la DCT es que, la energía de los datos reales se puede concentrar en sólo pocos componentes de baja frecuencia, dependiendo de la correlación presente en los datos. La ecuación (1) representa la transformada de coseno discreta de la secuencia de dimensión-1 de longitud N.

$$c(u) = a(u) \sum_{n=0}^{N-1} \cos\left[\frac{\pi u}{2N}(2n+1)\right] x(n) \quad (1)$$

Donde:

$u = 0, 1, 2 \dots N-1$

$x(n)$  es la secuencia discreta de la señal

$n = 0, 1, 2, \dots, N-1$  es el número de elementos de la función  $x(n)$

$c(u)$  son los coeficientes de la transformada de coseno y;

$$a(u) = \begin{cases} \sqrt{\frac{1}{N}} & \text{para } u = 0 \\ \sqrt{\frac{2}{N}} & \text{para } u \neq 0 \end{cases} \quad (2)$$

La transformada inversa del coseno (IDCT) está representada por la ecuación:

$$x(n) = \sum_{u=0}^{N-1} a(u) \cos \left[ \frac{\pi u}{2N} (2n+1) \right] c(u) \quad (3)$$

## 2) Transformada Wavelet

A diferencia de Fourier, en donde las funciones base son senos y cosenos de duración infinita, en el análisis Wavelet la base son funciones localizadas en frecuencia (dilatación) y en tiempo (traslación).

El término traslación está relacionado con la localización de la ventana a medida que ésta se desplaza a través de la señal. En el caso de la transformada wavelet se tiene un parámetro de "escala" el que se define como:

$$\text{Escala} = \frac{1}{\text{Frecuencia}} \quad (4)$$

Una Wavelet es una "pequeña onda" de duración limitada, es decir, su energía está concentrada en el tiempo alrededor de un punto, lo que proporciona una adecuada herramienta para el análisis de fenómenos transitorios, no estacionarios, variables en el tiempo y aquellos que presenten discontinuidades.

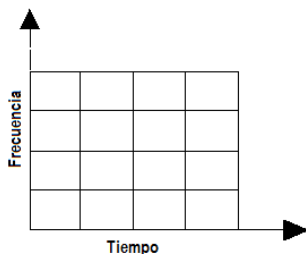


Figura 1. Transformada rápida de fourier

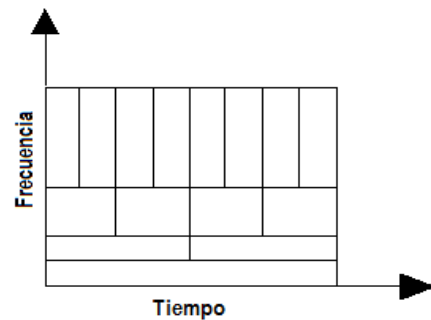


Figura 2. Análisis wavelet

## 3) La transformada Wavelet continua (CWT)

La transformada Wavelet continua fue desarrollada como una técnica alternativa a la STFT como una manera de superar el problema de resolución del intento de obtener una descripción tiempo-frecuencia de la señal.

La transformada Wavelet continua se define como:

$$C(\tau, s) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \Psi_{\tau, s}(t) dt$$

$$C(\tau, s) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \Psi_{\tau, s}(t) dt \quad (5)$$

Donde:

$$\Psi_{\tau, s}(t) = \frac{1}{\sqrt{|s|}} \Psi \left( \frac{t-\tau}{s} \right) \quad (6)$$

Como se observa en la ecuación 6, la señal transformada es una función de dos variables,  $\tau$  y  $s$  que son los parámetros de traslación y escala respectivamente.  $\Psi_{\tau, s}(t)$  es la función de transformación que se le denomina "wavelet madre". Existen funciones con diferentes regiones de actuación que se usan en el proceso de transformación y que provienen de una función principal o wavelet madre; es decir, la wavelet madre es un prototipo para generar las otras funciones ventanas. La figura 3 muestra las funciones wavelets madre más usadas en la práctica.

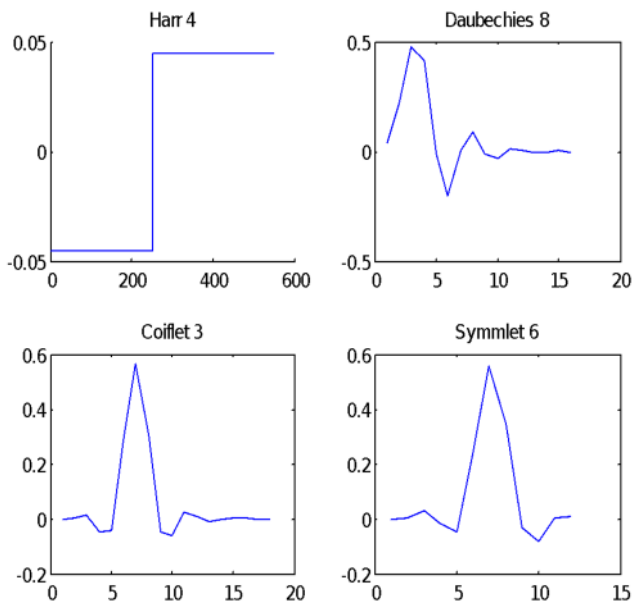


Figura 3. Wavelets madre

#### 4) Transformada Wavelet discreta (DWT)

Sea la señal  $x(n)$  una función discreta. En este caso la transformada Wavelet de esta señal viene dada por:

$$C[i, k] = \sum_{n \in \mathbb{Z}} x[n] \Psi_{j,k}[n] \quad (7)$$

Donde  $\Psi_{j,k}[n]$  es una wavelet discreta definida como:

$$\Psi_{j,k}[n] = 2^{-j/2} \Psi[2^{-j} n - k] \quad (8)$$

Los parámetros  $\tau$  y  $s$  están definidos según la escala diádica (escalas y posiciones en potencias de 2), de manera que  $\tau = 2^j$ ,  $s = 2^j k$

La transformada inversa se define como:

$$x[n] = \sum_{j \in \mathbb{Z}} \sum_{k \in \mathbb{Z}} C[j, k] \Psi_{j,k}[n] \quad (9)$$

Una manera de implementar la DWT es utilizando filtros, lo que lleva a la transformada rápida de wavelets; una caja a la que entra una señal y de la que salen coeficientes.

El proceso básico se muestra en la Figura 4:

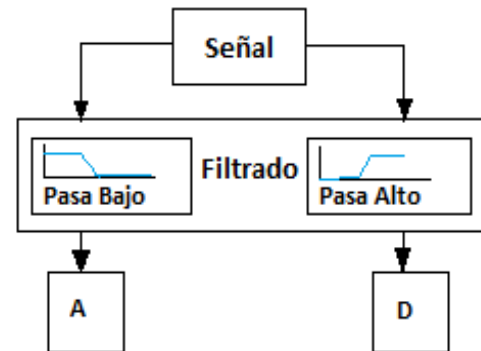
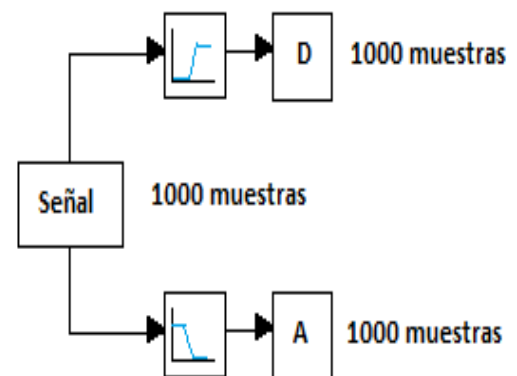
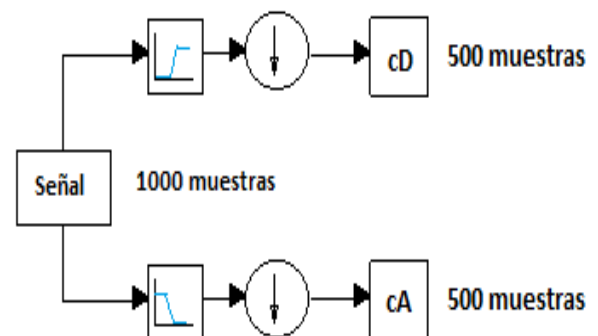


Figura 4. Proceso de descomposición

Las figuras 5(a) y 5(b) muestran el proceso para obtener la transformada wavelet continua y la transformada wavelet discreta.

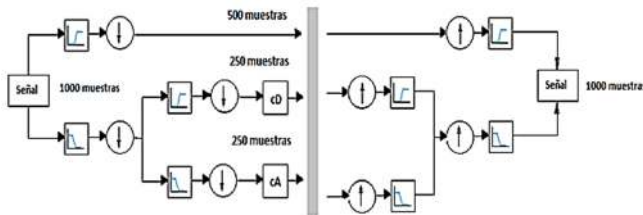


a) Wavelet Continua



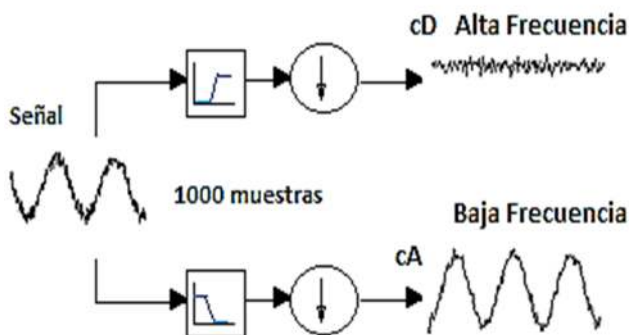
b) Wavelet Discrete

Figura 5. Transformada wavelet



**Figura 6.** Descomposición y reconstrucción de la señal

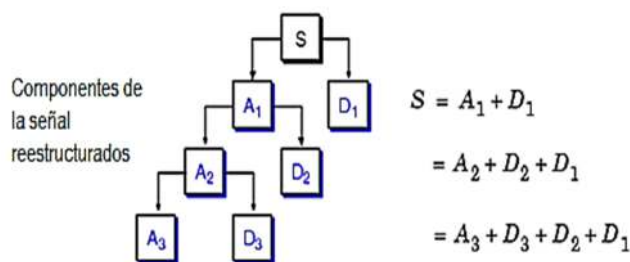
Para muchas señales la información más importante se encuentra en las señales bajas mientras que en las altas frecuencias se encuentran los detalles o matices de la señal como se observa en la Figura 7.



**Figura 7.** Descomposición de frecuencias

En la Figura 6 se muestra el proceso de descomposición y reconstrucción de la señal:

El proceso de descomposición puede ser iterado (multinivel), ver Figura 8:



**Figura 8.** Proceso descomposición multinivel

### 5) Transformada de Paquetes Wavelet WPT

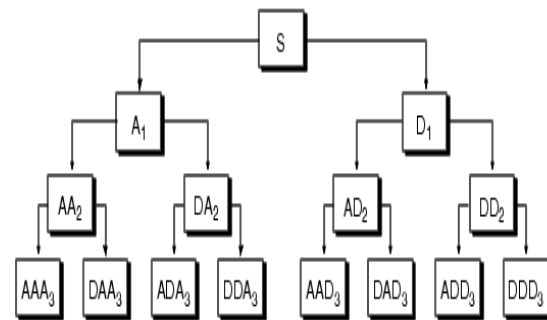
La transformada de paquetes Wavelet o su término en inglés (wavelet packet transform-WPT) es una simple generalización de la transformada Wavelet discreta. Matemáticamente hablando, la forma fundamental de ondas se muestra en las ecuaciones (10) y (11).

$$\Psi(t) = \sqrt{2} \sum_{n \in \mathbb{Z}} g(n) \phi(2t - n) \quad (10)$$

$$\phi(t) = \sqrt{2} \sum_{n \in \mathbb{Z}} h(n) \phi(2t - n) \quad (11)$$

Donde  $g(n)$  y  $h(n)$  denotan filtros paso alto y paso bajo respectivamente, que en conjunto constituyen un par de filtros de cuadratura conjugadas.

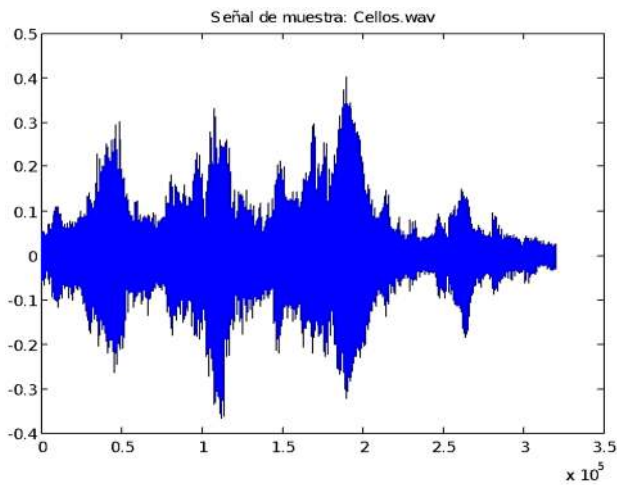
A diferencia del análisis de wavelets, la de paquete se descompone como se muestra en la figura 9:



**Figura 9.** Descomposición multinivel mediante transformada de paquetes wavelet

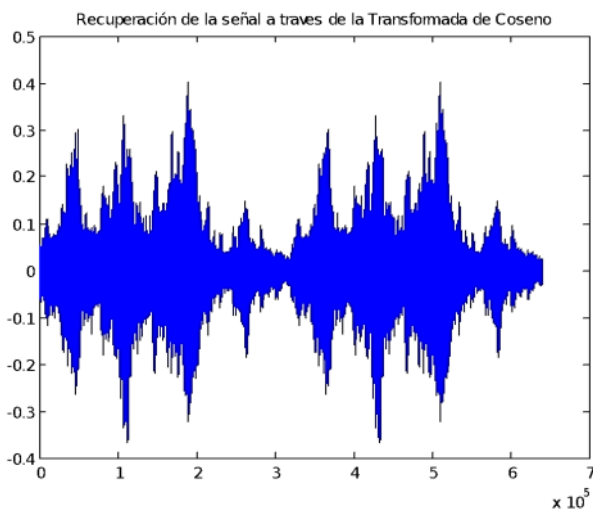
## 3. RESULTADOS

En la figura 10. Se presenta la señal cellos.wav en el dominio del tiempo a partir de esta se aplican los algoritmos de compresión mencionados en el apartado 1.



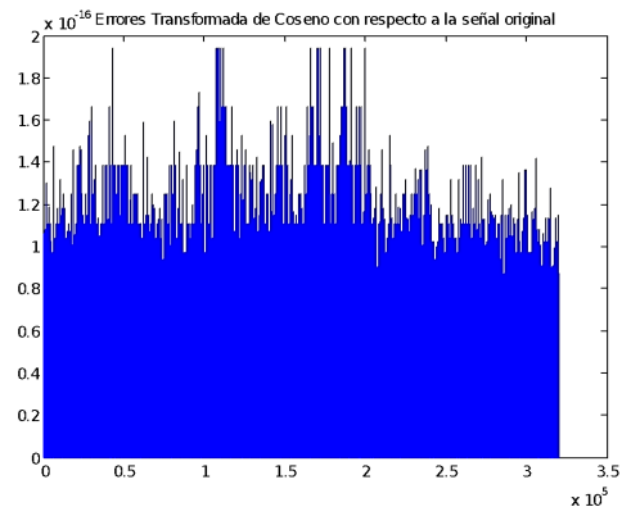
**Figura 10.** Señal de muestra. wav

En la figura 11 se muestra la señal recuperada mediante la transformada del coseno. Con este tipo de transformada se verifico que existe una mayor tasa de error al recuperar la señal como se puede verificar en la figura 12



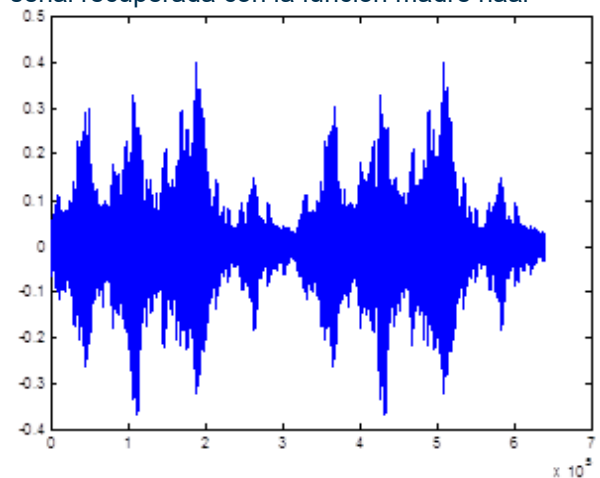
**Figura 11.** Señal con transformación coseno

La Figura 12 muestra la señal error que se produce respecto a la señal original al trabajar con la transformada de coseno.



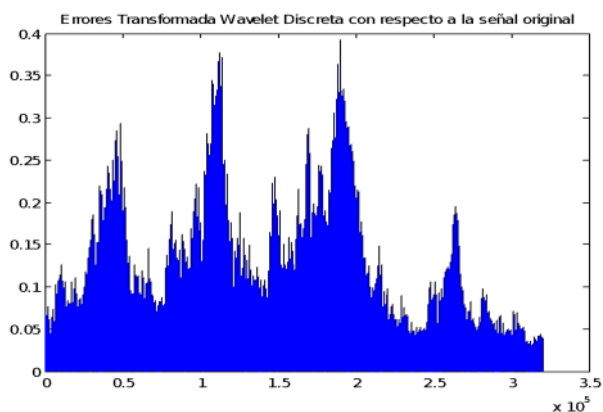
**Figura 12.** Señal de error mediante la transformada de coseno

La figura 13 muestra a la señal recuperada mediante la transformada wavelet discreta utilizando una función madre haar y en la figura 14 se muestra la gráfica de la tasa de error al realizar la comparación entre la señal original y la señal recuperada con la función madre haar



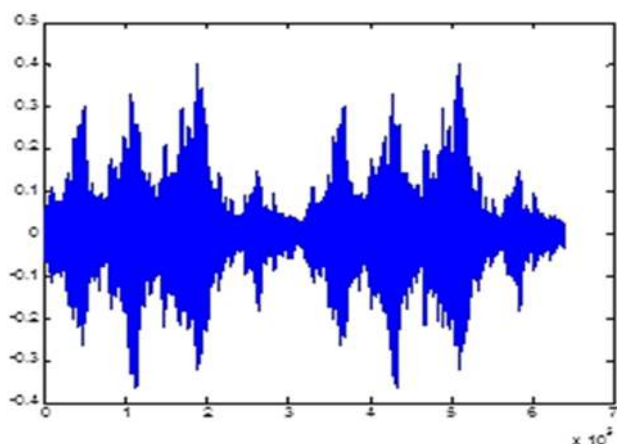
**Figura 13.** Señal con transformada wavelet



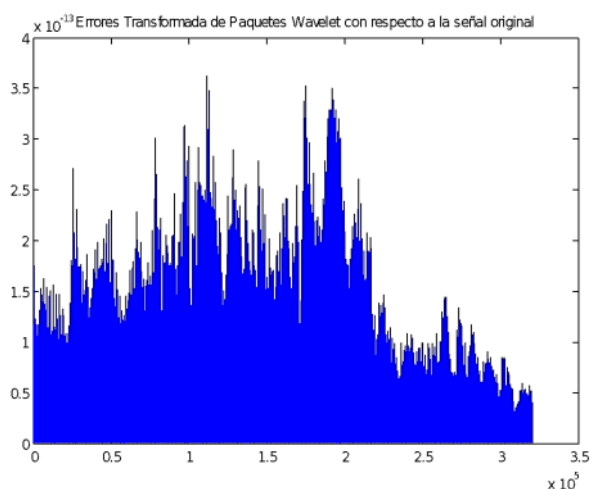


**Figura 14.** Errores mediante la transformada wavelet

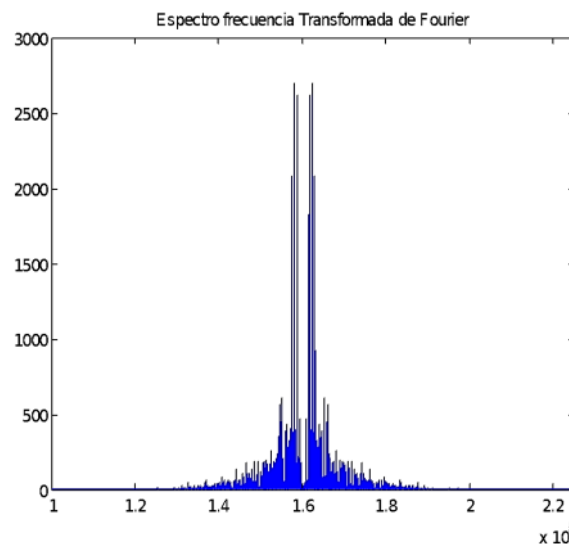
En la Figura 15 se muestra a la señal recuperada mediante la transformada de paquetes wavelet utilizando una señal madre daubechies (db4), con su respectiva relación gráfica entre la señal original y la señal recuperada en la figura 16.



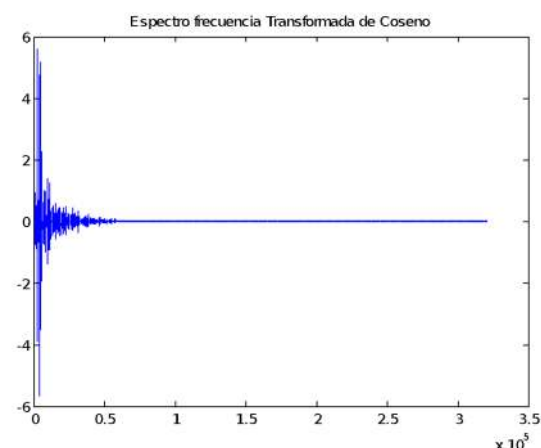
**Figura 15.** Señal con transformada de paquetes wavelet



**Figura 16.** Señal de error mediante la transformada de paquetes wavelet

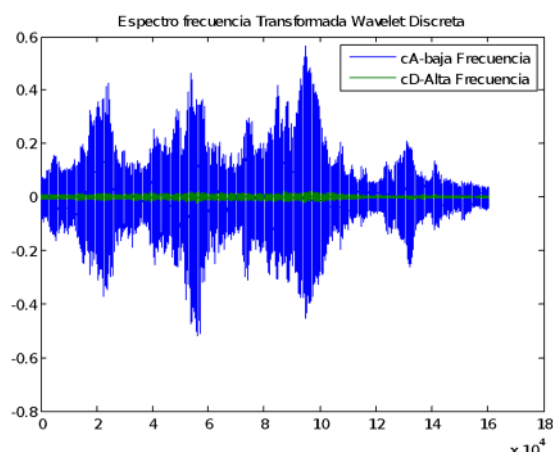


**Figura 17.** Espectro de frecuencia de la transformada de fourier



**Figura 18.** Espectro de frecuencia de la transformada de coseno





**Figura 19.** Espectro de frecuencia de la transformada wavelet discreta

En este algoritmo se presenta una disminución de la cantidad de información en el audio ya que realiza una anulación de los valores de los coeficientes wavelet anterior a la reconstrucción.

#### 4. CONCLUSIONES

La codificación de voz es un tipo de codificación con pérdida, lo que significa que la señal de salida no es exactamente igual a la señal de entrada. La codificación de audio, sin embargo, necesita mayor exactitud para reconstruir la señal original.

La naturaleza y los requerimientos de las señales que actualmente se manejan no permite que se las trate únicamente como señales estacionarias, si se desea manipular varios parámetros de la señal se requiere técnicas que manejen señales no estacionarias que hacen posible una mejor codificación con menos margen de error como se puede verificar en las figuras 12, 14 y 16 demostrando que en este análisis el mejor algoritmo es el de la transformada wavelet.

Para un análisis de las señales en el dominio frecuencia-tiempo es útil la transformada wavelet como se muestra en la figura 19 ya que dicho análisis no puede ser posible en la transformada de Fourier como se muestra en la figura 17.

En la transformada discreta de coseno (figura 18) la energía de los datos reales se puede

concentrar en sólo pocos componentes de baja frecuencia es por esta razón que es la compresión que más errores presenta.

#### 5. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] M. Patil, A. Gupta, A. Varma, and S. Salil, "Audio Compression Using DCT and DWT Techniques," vol. 2, no. 5, pp. 1712–1719, 2014.
- [2] H. Amhia and R. Kumar, "A New Approach of Speech Compression by Using DWT & DCT," *Int. J. Adv. Res. Electr. Electron. Instrum. Eng.*, vol. 3, no. 7, pp. 10762–10765, 2014, doi: 10.15662/ijareeie.2014.0307066.
- [3] D. Zainab and G. Loay, "Audio Compression Based on Discrete Cosine Transform, Run Length and High Order Shift Encoding," vol. 4, no. 1, pp. 45–51, 2014.
- [4] H. Elaydi and M. B. Tanbura, "KEYWORDS:"
- [5] N. Singh, M. Kaur, and R. Kaur, "An Enhanced Low Bit Rate Audio Codec Using Discrete Wavelet Transform," vol. 3, no. 4, pp. 2222–2228, 2013.
- [6] P. Faundez and A. Fuentes, "Wavelet\* Procesamiento Digital de Señales Acústicas utilizando Wavelets.," *Consult. el*, vol. 16, 2000.
- [7] V. Aggarwal and M. Patterh, "ECG Compression using Wavelet Packet, Cosine Packet and Wave Atom Transforms.," *Int. J. Electron. Eng. Res.*, vol. 1, no. 3, pp. 259–268, 2009, [Online]. Available: <http://www.indianjournals.com/ijor.aspx?target=ijor:ije&volume=1&issue=3&article=009&type=pdf>.
- [8] A. Kuzu, E. A. Baran, S. Bogosyan, M. Gokasan, and A. Sabanovic, "Wavelet packet transform-based compression for teleoperation," *Proc. Inst. Mech. Eng. Part I J. Syst. Control Eng.*, vol. 229, no. 7, pp. 639–651, 2015, doi: 10.1177/0959651815575438.
- [9] R. Mohammad and M. Vijaya Kumar, "Audio Compression using Multiple Transformation Techniques," *Int. J. Comput. Appl.*, vol. 86, no. 13, pp. 9–14, 2014, doi: 10.5120/15043-34